

## הקריה האקדמית אונו מינהל רישום

### מבחן קבלה במתמטיקה:

קובץ זה מהווה חזרה לשאלות לדוגמה לכל חלקי הבחינה.  
אין להסתמך רק על השאלון לדוגמה המצורף, כהכנה היחידה לבחינת קבלה במתמטיקה.  
באחריות הנבחן לגשת לספרים המומלצים ולפתור שאלות נוספות בנושאים המופיעים ברשימה.

נושא 1: פישוט ביטויים אלגבריים.

נושא 2: פיתרון משוואות בנעלם אחד, פיתרון משוואות בשני נעלמים, פיתרון משוואה ריבועית בנעלם אחד ובשני נעלמים, פתרון משוואות בנעלם אחד ובשני נעלמים ממעלה שניה, שלישית ורביעית.

נושא 3: חזקות ומשוואות מערכיות.

נושא 4: לוגריתמים ומשוואות לוגריתמיות.

נושא 5: סדרות הנדסיות.

נושא 6: פונקציות וגרפים: פונקציה ליניארית ופונקציה ריבועית (תחומי עלייה ויריד, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון וכיו"ב).

נושא 7: פיתרון אי שיוויונים: מערכת אי שיוויונים - אי שוויון ריבועי.

נושא 8: תחום הגדרה של פונקציה.

❖ מחשבון כיס (לא מדעי) ינתן לנבחנים ע"י הקריה אקדמית אונו.

ספרים מומלצים בתרגול בנושאים אלה:

- ❖ בני גורן, אלגברה 4 יח"ל.
- ❖ אהרון אספיס, אלגברה 4 יח"ל.
- ❖ בני גורן, חשבון דיפרנציאלי 4 יח"ל.
- ❖ אהרון אספיס, חשבון דיפרנציאלי 4 יח"ל.

בהצלחה.

1. פירוק לגורמים ופישוט איברים

א.  $\frac{X^2 + 4X}{2X + 8}$

ב.  $\frac{ba + b^2}{ab + a^2}$

ג.  $\frac{49 - 4X^2}{7 + 2X}$

ד.  $\frac{2a^3 - 18a}{2a - 6}$

2. פתור את המשוואות הבאות

א.  $\frac{5X - 1}{4} - \frac{6X - 1}{5} = \frac{7X - 1}{6} - 1$

ב.  $\begin{cases} \frac{8}{X} + \frac{5}{Y} = 1 \\ \frac{4}{X} + \frac{10}{Y} = 1 \end{cases}$

ג.  $X^4 + 3X^2 = 0$

3. חזקות-פשט

א.  $a \cdot a^2 \cdot a^5 =$

ב.  $b \cdot a^m \cdot a^3 =$

ג.  $g \cdot (ab^2)^3 =$

ד.  $\frac{(a^2 + 2ab + b^2)}{(a + b)^{13}} =$

4. חשב

א.  $5^2 \cdot (-2)^3 =$

ב.  $4^3 \cdot 2^{-5} =$

ג.  $9^4 \cdot 3^{-7} =$

ד.  $32^0 \cdot 2^4 =$

5. פשט

א.  $a^7 \cdot (a^{-3})^2 =$

ב.  $(a^4)^0 \cdot a^5 =$

6. פתור ללא מחשבון

א.  $(25)^{\frac{1}{2}} =$

ב.  $X^{\frac{3}{4}} = 8$

7. פשט

א.  $\frac{3^n \cdot 3^{n-1}}{3^{2n+1}} =$

ב.  $5^{1-n} =$

8. לוגריתמים

א.  $\log_9 x = 1.5$

ב.  $\log_{27} x = \frac{1}{3}$

ג.  $\log_3(\log_3 x) = 1$

ד.  $\log_4[\log_3(x+6)] = 0.5$

ה.  $\log(x) = \log 7 - \log 2$

ו.  $\log x + \log(x+1) = \log 20$

9. משוואות ריבועיות

א.  $\frac{X-6}{X+6} - \frac{X+6}{6-X} = \frac{5}{6}$

ב.  $\frac{X-2}{4X-2} - \frac{X-2}{4X+2} = \frac{1}{2}$

10. משוואות בנעלם אחד

א.  $X^2 = 100$

ב.  $4X^2 = 36$

11. אי שיווונים

א.  $\frac{X+2}{X+1} \geq 0$

ב.  $2X - 2 < 3$

ג.  $-15X > 80$

ד.  $2(X-2) > 6(4-X)$

12. פונקציה ליניארית ופונקציה ריבועית

1. נתונות הפונקציות הבאות:  $y = X + 3$  ו-  $y = 2X - 22$ . מצא את נקודת החיתוך ביניהן.

2. נתונה פונקציה:  $y = X^2 + 2X + 1$ . מהי נקודת הקיצון שלה?

3. נתונה הפונקציה:  $y = X^2 - 8X + 7$ .

מהי נקודת החיתוך שלה עם: א. ציר  $y$   
ב. ציר  $X$ .

4. נתונה הפונקציה:  $y = X^3 - 3X^2 + 2$ .

מהם: א. תחומי העלייה שלה  
ב. תחומי הירידה שלה

5. נתונה הפונקציה:  $y = \frac{2X + 20}{X^2 - 4}$ . מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

13. סדרות

1. לאיזה סכום תגדל קרן בת 5000 ₪ אם הופקדה ל-10 שנים בריבית שנתית של 5%?
2. אדם הפקיד 2000 ₪ בתוכנית חיסכון בעלת ריבית של 5% לשנה. פי כמה יגדל הסכום אחרי 5 שנים?

פיתרון המבחן לדוגמה:

1. פירוק לגורמים ופישוט איברים

$$\text{א. } \frac{X^2 + 4X}{2X + 8} = \frac{X(X + 4)}{2(X + 4)} = \frac{X}{2}$$

תחום הגדרה:  $[X \neq -4]$

$$\text{ב. } \frac{ba + b^2}{ab + a^2} = \frac{b(a + b)}{a(b + a)} = \frac{b(a + b)}{a(a + b)} = \frac{b}{a}$$

תחום הגדרה:  $\{a \neq 0, b \neq -a\}$

$$\text{ג. } \frac{49 - 4X^2}{7 + 2X} = \frac{(7 - 2X) \cdot (7 + 2X)}{7 + 2X} = 7 - 2X$$

תחום הגדרה:  $\{X \neq -3.5\}$

$$\text{ד. } \frac{2a^3 - 18a}{2a - 6} = \frac{2a(a^2 - 9)}{2(a - 3)} = \frac{2a(a - 3) \cdot (a + 3)}{2(a - 3)} = a(a + 3)$$

תחום הגדרה:  $\{a \neq 3\}$

2. פתור את המשוואות הבאות

$$\text{א. } \frac{5X - 1}{4} - \frac{6X - 1}{5} = \frac{7X - 1}{6} - 1$$

$$\frac{5X - 1}{4} - \frac{6X - 1}{5} = \frac{7X - 1}{6} - 1 \cdot 60$$

$$15(5X - 1) - 12(6X - 1) = 10(7X - 1) - 60$$

$$75X - 15 - 72X + 12 = 70X - 10 - 60$$

$$75X - 72X - 70X = -10 - 60 + 15 - 12$$

$$-67X = -67 / :(-67)$$

$$X = 1$$

תחום הגדרה:  $(X, Y \neq 0)$

ב.

$$\begin{cases} 8Y + 5X = 1XY \\ 4Y + 10X = 1XY \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{X} + \frac{5}{Y} = 1 \cdot XY \\ \frac{4}{X} + \frac{10}{Y} = 1 \cdot XY \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{X} + \frac{5}{Y} = 1 \\ \frac{4}{X} + \frac{10}{Y} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8Y + 5X = 1XY \\ 4Y + 10X = 1XY \cdot (-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8Y + 5X = 1XY \\ -8Y - 20X = -2XY \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8Y + 5X = 1XY \\ -8Y + -20X = -2XY \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5X - 20X = XY - 2XY \quad -15X = -XY \Rightarrow Y = \frac{-15X}{-X} \Rightarrow Y = 15$$

$$\boxed{Y = 15}$$

נציב זאת באחת המשוואות הקודמות

$$\{8Y + 5X = 1XY \Rightarrow \{8 \cdot 15 + 5X = 1X \cdot 15 \Rightarrow 120 + 5X = 15X \Rightarrow 120 = 15X - 5X$$

$$\boxed{12 = X} \Rightarrow \frac{120}{10} = X \Rightarrow 120 = 10X \Rightarrow$$

ג.  $X^4 + 3X^2 = 0$

$$\Rightarrow X^2(X^2 + 3) = 0 \Rightarrow X^4 + 3X^2 = 0$$
 שתי אפשרויות

אפשרות ראשונה:  $X_2 = 0 \quad X_1 = 0 \Rightarrow X^2 = 0$

אפשרות שנייה:  $\Rightarrow X^2 + 3 = 0 \quad X^2 = -3 \Rightarrow X = \sqrt{-3} \Rightarrow$  אין פיתרון ממשי למשוואה זו  
לא קיים שורש ריבועי למספר שלילי.

3. חזקות-פשוט

א.  $a \cdot a^2 \cdot a^5 = a^{1+2+5} = a^8$

ב.  $b \cdot a^m \cdot a^3 = b \cdot a^{m+3}$

ג.  $g \cdot (ab^2)^3 = ga^3b^6$

לפי נוסחאות הכפל המקוצר

ד.  $\frac{(a^2 + 2ab + b^2)}{(a+b)^{13}} = \frac{(a+b)^2}{(a+b)^{13}} = \frac{1}{(a+b)^{11}} = (a+b)^{-11}$

$$\{a \neq -b\}$$

$$\{b \neq -a\} \text{ תחום הגדרה:}$$

4. חשב

א.  $5^2 \cdot (-2)^3 = 25 \cdot (-8) = -200$

ב.  $4^3 \cdot 2^{-5} = 4^3 \cdot \frac{1}{2^5} = (2^2)^3 \cdot \frac{1}{2^5} = 2^6 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{2^6}{2^5} = 2^{6-5} = 2^1 = 2$

ג.  $9^4 \cdot 3^{-7} = (3^2)^4 \cdot 3^{-7} = 3^{2 \cdot 4} \cdot 3^{-7} = 3^8 \cdot 3^{-7} = 3^{8-7} = 3^1 = 3$

ד.  $32^0 \cdot 2^4 = 1 \cdot 2^4 = 1 \cdot 16 = 16$

5. פשט

א.  $a^7 \cdot (a^{-3})^2 = a^7 \cdot a^{-6} = a^{7-6} = a$

ב.  $(a^4)^0 \cdot a^5 = a^0 \cdot a^5 = a^{0+5} = a^5$

6. פתור ללא מחשבון

א.  $(25)^{\frac{1}{2}} = (5^2)^{\frac{1}{2}} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

ב.  $X = 2^4 = 16 \Rightarrow (X^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = (2^3)^{\frac{4}{3}} \Rightarrow X^{\frac{3}{4}} = 8$

7. פשט

א.  $\frac{3^n \cdot 3^{n-1}}{3^{2n+1}} = \frac{3^{n+n-1}}{3^{2n+1}} = \frac{3^{2n-1}}{3^{2n+1}} = 3^{2n-1-(2n+1)} = 3^{2n-1-2n-1} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

ב.  $5^{1-n} = 5^1 \cdot 5^{-n} = \frac{5}{5^n}$



$$\text{א. } X = 9^{1.5} \Rightarrow X = (3^2)^{1.5} \Rightarrow X = 3^3 \Rightarrow X = 27 \Rightarrow \log_9 x = 1.5$$

$$\text{ב. } X = 27^{\frac{1}{3}} \Rightarrow X = (3^3)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow X = 3 \Rightarrow \log_{27} x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ג. } \log_3(\log_3 x) = 1 \Rightarrow \log_3 X = 3^1 \Rightarrow \log_3 X = 3 \Rightarrow X = 3^3 \Rightarrow X = 27 \Rightarrow$$

$$\text{ד. } \log_3(X+6) = 4^{0.5} \Rightarrow \log_3(X+6) = (2^2)^{0.5} \Rightarrow \log_4[\log_3(x+6)] = 0.5$$

$$\log_3(X+6) = 2 \Rightarrow X+6 = 3^2 \Rightarrow X+6 = 9 \Rightarrow X = 9-6 \Rightarrow X = 3 \Rightarrow$$

$$\text{ה. } \log X = \log \frac{7}{2} \Rightarrow X = \frac{7}{2} \Rightarrow X = 3.5 \Rightarrow \log(x) = \log 7 - \log 2$$

$$\text{ו. } \log x + \log(x+1) = \log 20 \Rightarrow \log[X(X+1)] = \log 20 \Rightarrow X(X+1) = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X^2 + X - 20 = 0 \Rightarrow X_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2} =$$

$$\Rightarrow X_1 = \frac{-1+9}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$X_2 = \frac{-1-9}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

9. משוואות ריבועיות

$$\text{א. } \Rightarrow \frac{X-6}{X+6} - \frac{X+6}{6-X} = \frac{5}{6} \cdot 6(X+6)(6-X) \Rightarrow \frac{X-6}{X+6} - \frac{X+6}{6-X} = \frac{5}{6} \quad \{X \neq \pm 6\} \text{ תחום הגדרה:}$$

$$6(X-6)(6-X) - 6(X+6)(X+6) = 5(X+6)(6-X) \Rightarrow \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6(6X - X^2 - 36 + 6X) - 6(X^2 + 6X + 6X + 36) = 5(6X - X^2 + 36 - 6X) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6(-X^2 + 12X - 36) - 6X^2 - 36X - 36X - 216 = 5(-X^2 + 36) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6X^2 + 72X - 216 - 6X^2 - 72X - 216 = -5X^2 + 180 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -12X^2 - 432 = -5X^2 + 180 \Rightarrow -12X^2 + 5X = 180 + 432 \Rightarrow$$

$$X^2 = -\frac{612}{7} \Rightarrow -7X^2 = 612 \Rightarrow$$

$$X = \Rightarrow X = \sqrt{-\frac{612}{7}} \Rightarrow \text{אין פיתרון}$$

לא קיים שורש למספר שלילי

תחום הגדרה:  $\{X \neq \pm 2\}$

ב.

$$\Rightarrow \frac{X-2}{4X-2} - \frac{X-2}{4X+2} = \frac{1}{2} \cdot 2(4X-2)(4X+2) \Rightarrow \frac{X-2}{4X-2} - \frac{X-2}{4X+2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2(X-2)(4X+2) - 2(X-2)(4X-2) = 1(4X-2)(4X+2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(4X^2 + 2X - 8X - 4) - 2(4X^2 - 2X - 8X + 4) = 16X^2 + 8X - 8X - 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(4X^2 - 6X - 4) - 2(4X^2 - 10X + 4) = 16X^2 - 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8X - 16 = 16X^2 - 4 \Rightarrow 8X^2 - 12X - 8 - 8X^2 + 20X - 8 = 16X^2 - 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = 16X^2 - 8X + 12 / : 4 \Rightarrow 0 = 4X^2 - 2X + 3 \Rightarrow 0 = 16X^2 - 8X + 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3}}{2 \cdot 4} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 48}}{8} = \frac{2 \pm \sqrt{-44}}{8} = \text{אין פיתרון}$$

לא קיים שורש למספר שלילי

10. משוואות בנעלם אחד

א.  $X^2 = 100 \Rightarrow X = \sqrt{100} \Rightarrow$  שני פתרונות

1)  $X_1 = 10$

2)  $X_2 = -10$

ב.  $\Rightarrow X^2 = 9 \Rightarrow 4X^2 = 36 / : 4 \Rightarrow 4X^2 = 36$  שני פתרונות

1)  $X_1 = 3$

2)  $X_2 = -3$

תחום הגדרה:  $\{X \neq -1\}$

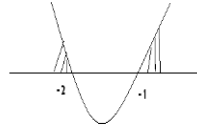
$$\alpha. \Rightarrow \frac{X+2}{X+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{X+2}{X+1} \geq 0 \cdot \frac{X+2}{X+1} \Rightarrow (X+2)(X+1) \geq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow (X+2)(X+1) = 0 \Rightarrow$  שתי אפשרויות

1)  $X+2=0 \Rightarrow X=-2$

2)  $X+1=0 \Rightarrow X=-1$

פיתרון:  $X > -1$  או  $X \leq -2$



ב.  $2X < 3+2 \Rightarrow 2X < 5 \Rightarrow 2X < 5/2 \Rightarrow X < 2.5 \Rightarrow 2X - 2 < 3$

ג.  $-15X > 80/:(-15) \Rightarrow X < -\frac{80}{15} \Rightarrow X < -\frac{16}{3} \Rightarrow X < -5\frac{1}{3} \Rightarrow -15X > 80$

ד.  $2X - 4 > 24 - 6X \Rightarrow 2X + 6X > 24 + 4 \Rightarrow 8X > 28 \Rightarrow \Rightarrow 2(X - 2) > 6(4 - X)$

$$\Rightarrow 8X > 28/ : 8 \Rightarrow X > \frac{28}{8} \Rightarrow X > 3\frac{1}{2}$$

12. פונקציה ליניארית ופונקציה ריבועית

1. נתונות הפונקציות הבאות:  $y = X + 3$  ו-  $y = 2X - 22$ . מצא את נקודת החיתוך ביניהן.

**פיתרון:** נשווה בין שתי הפונקציות:

$$2X - 22 = X + 3 \Rightarrow 2X - X = 3 + 22 \Rightarrow X = 25$$

$$y = 25 + 3 \Rightarrow y = 28 \Rightarrow (25, 28) \text{ היא נקודת החיתוך}$$

2. נתונה פונקציה:  $y = X^2 + 2X + 1$ : מהי נקודת הקיצון שלה?

**פיתרון:** נגזור את הפונקציה ונשווה את הנגזרת ל-0:

$$y' = 2x + 2 \Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{2} \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow y = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 1 \Rightarrow y = 1 - 2 + 1 \Rightarrow y = 0$$

מכאן כי נקודת הקיצון היא:  $(-1, 0)$

3. נתונה הפונקציה:  $y = X^2 - 8X + 7$ . מהי נקודת החיתוך שלה עם: א. ציר  $y$ . ב. ציר  $X$ .

**פיתרון:**

א. **ציר  $y$ :**  $X=0$

$$y = 0 - 8 \cdot 0 + 7 \Rightarrow y = 7$$

נקודת החיתוך היא:  $(0,7)$

ב. **ציר  $X$ :**  $y=0$

$$X^2 - 8X + 7 = 0 \Rightarrow X_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \text{שני פיתרונות:}$$

$$X_1 = \frac{8 + \sqrt{36}}{2} = \frac{8 + 6}{2} = \frac{14}{2} = 7 \quad (7,0) \text{ נקודת החיתוך היא:}$$

$$X_2 = \frac{8 - \sqrt{36}}{2} = \frac{8 - 6}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad (1,0) \text{ נקודת החיתוך היא:}$$

4. נתונה הפונקציה:  $y = X^3 - 3X^2 + 2$ . מצא: א. תחומי העלייה ב. תחומי הירידה

**פיתרון:**

תחילה נגזור את הפונקציה. כאשר הנגזרת גדולה מ-0 נקבל תחום עלייה וכאשר הנגזרת קטנה מ-0 נקבל תחום הירידה.

$$y' = 3X^2 - 6X$$

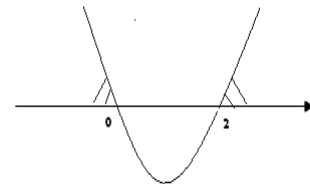
$$3X^2 - 6X > 0 \Rightarrow 3X^2 - 6X > 0 / :3 \Rightarrow X^2 - 2X > 0 \Rightarrow X(X - 2) > 0$$

$$X(X - 2) = 0$$

$$X_1 = 0$$

$$X - 2 = 0$$

$$X_2 = 2$$



**תחום עלייה:  $X < 0$  או  $X > 2$**

$$y' = 3X^2 - 6X$$

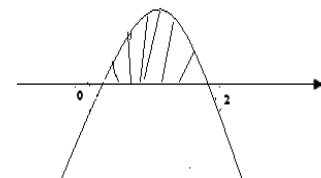
$$3X^2 - 6X < 0 \Rightarrow 3X^2 - 6X < 0 / :3 \Rightarrow X^2 - 2X < 0 \Rightarrow X(X - 2) < 0$$

$$X(X - 2) = 0$$

$$X_1 = 0$$

$$X - 2 = 0$$

$$X_2 = 2$$



**תחום ירידה:  $0 < X < 2$**

5. נתונה הפונקציה:  $y = \frac{2X + 20}{X^2 - 4}$ . מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

### פיתרון

תחום ההגדרה הוא  $\{x^2 - 4 \neq 0\}$ .

$$\begin{aligned} X^2 - 4 = 0 &\Rightarrow X^2 = 4 \Rightarrow X = \sqrt{4} \\ &\Rightarrow X_1 = 2 \\ &\Rightarrow X_2 = -2 \end{aligned}$$

מכאן כי תחום ההגדרה הוא:  $\{X \neq \pm 2\}$ .

### 13. סדרות

$$a_n = a_0 \cdot q^n \quad \text{הנוסחה:}$$

1. לאיזה סכום תגדל קרן בת 5000 ₪ אם הופקדה ל-10 שנים בריבית שנתית של 5%.

### פיתרון

נתון:

$$a_0 = 5000$$

$$n = 10$$

$$p = 5\%$$

$$a_n = ?$$

$$a_n = 5000 \cdot (1.05)^{10} = 8144.473$$

$$q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1.05$$

תשובה: הקרן תגדל ל-8144.473 ₪.

2. אדם הפקיד 2000 ₪ בתוכנית חיסכון בעלת ריבית של 5% לשנה. פי כמה יגדל הסכום אחרי 5 שנים.

### פיתרון

נתון:

$$a_0 = 2000$$

$$n = 5$$

$$p = 5\%$$

$$q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1.05$$

$$a_n = 2000 \cdot 1.05^5 = 2552.56$$

$$\frac{a_n}{a_0} = \frac{2552.56}{2000} = 1.276$$

$$\frac{a_n}{a_0} = ?$$

$$a_0$$

תשובה: הסכום יגדל פי-1.276 ₪.

**בהצלחה!!!**